

Colle du 01/10 - Sujet 1
Bijections et trigonométrie

Question de cours.

1. Énoncer le théorème de la bijection
2. Démontrer la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Exercice 1. Soit $f : x \mapsto \sqrt{\frac{x-1}{2-x}}$.

1. Étudier la fonction f .
2. Démontrer que f est bijective sur son ensemble de définition et déterminer g sa réciproque.
3. Dériver g de deux façons.

Exercice 2. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $2 \cos^2(2x) - 3 \cos(2x) \leq -1$.

Colle du 01/10 - Sujet 2
Bijections et trigonométrie

Question de cours.

1. Factoriser $\sin(p) + \sin(q)$.
2. Montrer que la fonction cosinus est dérivable sur \mathbb{R} à l'aide de limites usuelles.

Exercice 1. Calculer $\cos^4\left(\frac{\pi}{8}\right)$ puis $\cos^4\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^4\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^4\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos^4\left(\frac{7\pi}{8}\right)$.

Exercice 2. Soit $f : x \mapsto \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$.

1. Étudier la fonction f .
2. Démontrer que f définit une bijection sur son domaine de définition. On note g sa réciproque.
3. Montrer que g est dérivable et calculer sa dérivée.
4. Calculer $\frac{(f(x)^2+1)^2}{f(x)}$.
5. En déduire g .
6. Retrouver le résultat de la question précédente par une autre méthode.

Colle du 01/10 - Sujet 3
Bijections et trigonométrie

Question de cours.

1. Définir la négligeabilité entre deux fonctions.
2. Montrer que la fonction $f : x \mapsto \ln(x^2 - 1)$ définit une bijection de $]1; +\infty[$ dans \mathbb{R} et préciser sa fonction réciproque.

Exercice 1. Soit $f : x \mapsto \frac{x^2 - 2}{(x-1)^2}$.

1. Etudier la fonction f .
2. Montrer que f définit une bijection sur $] -\infty; 1[$ dans un ensemble que l'on déterminera. Justifier que f^{-1} est dérivable.

Exercice 2. Déterminer l'ensemble des $x \in [-\pi; \pi]$ tels que $\cos(x) + \cos(2x) + \cos(3x) = 0$.